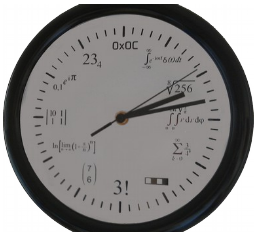
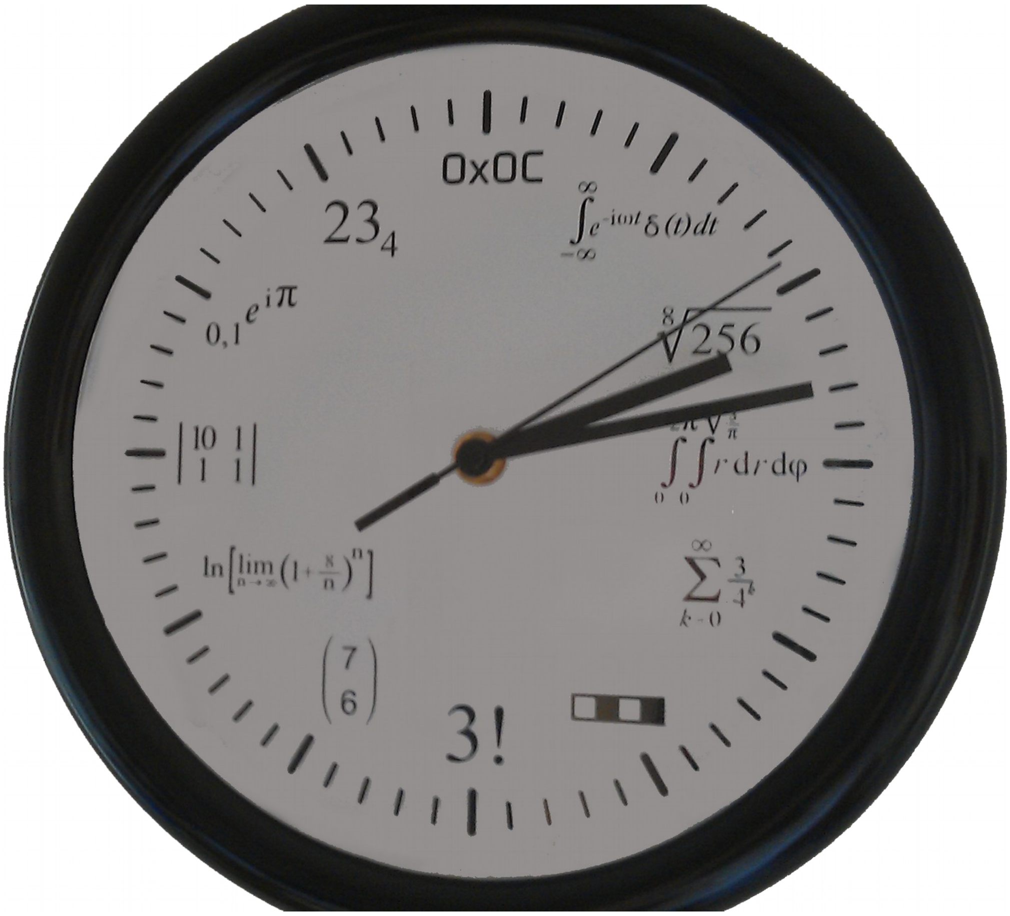


# Mathe-Uhr

**weitere Experimente unter**
**[forschen.Tutorium-Berlin.de](forschen.Tutorium-Berlin.de)**

**Nachhilfe-TUTORIUM** ist ein Unternehmen der Gruppe
**TUTORIUM Berlin** Hasenmark 5 in 13585 Berlin



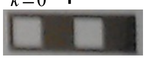

Auf unserer Uhr sind statt den Zahlen 1-12 lauter Formeln. Wer Uhren kennt weiß natürlich, was die Formeln bedeuten müssen:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\omega t}\,\delta(t)\,dt=1$$

$$\sqrt[8]{256}=2$$

$$\int_0^{2\pi}\int_0^{\sqrt{\frac{3}{\pi}}} r\,dr\,d\varphi=3$$

$$\sum_{k=0}^{\infty}\frac{3}{4^k}=4$$

 $=5$

$$3!=6$$

$$\binom{7}{6}=7$$

$$\ln\left[\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{8}{n}\right)^n\right]=8$$

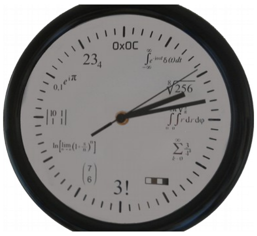
$$\begin{vmatrix}10 & 1\\ 1 & 1\end{vmatrix}=9$$

$$0{,}1^{e^{i\pi}}=10$$

$$23_4=11$$

$$0x0C=12$$

Aber wisst ihr auch warum? Keine Sorge wenn ihr sie nicht erkennt, nicht alle Formeln erschließen sich sofort.



# Mathe-Uhr

weitere Experimente unter
forschen.Tutorium-Berlin.de

Nachhilfe
Lerntherapie Rechenschule
Tutorium Berlin
Coaching Sprachen
Hochbegabung

1 Uhr) **Heaviside-Funktion:** $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\omega t}\delta(t)\,dt$

Die Delta-Distribution ist definiert als $\delta(t)=\begin{cases}+\infty\; wenn\; x=0\\ 0\; sonst\end{cases}$. Die Stammfunktion der Delta-Distribution ist die Heaviside-Funktion $H(x)=\begin{cases}1\; wenn\; x\geq 0\\ 0\; sonst\end{cases}$, damit $\int_{-\infty}^{\infty}\delta(x)\,dx=1$ .

Mit Partieller Integration ( $\int u'(x)*v(x)\,dx=u(x)*v(x)-\int u(x)*v'(x)\,dx$ , hier: $v(x)=e^{-i\omega t}$ , $u'(x)=\delta(t)$ ) und $\lim_{t\to\infty} e^{-i\omega t}=0$ folgt:

$$\begin{aligned}
\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\omega t}\delta(t)\,dt &= [e^{-i\omega t}*H(x)]_{-\infty}^{+\infty}-\int_{-\infty}^{+\infty}(e^{-i\omega t})'\,H(t)\,dt && mit\; H(-\infty)=0\wedge\lim_{t\to\infty}e^{-i\omega t}=0\\
&= -\int_{-\infty}^{+\infty}(e^{-i\omega t})'\,H(t)\,dt && mit\; H(x)=\begin{cases}1\; wenn\; x\geq 0\\ 0\; sonst\end{cases}\\
&= -\int_{0}^{+\infty}(e^{-i\omega t})'\,dt\\
&= [-e^{-i\omega t}]_{0}^{+\infty}\\
&= (-e^{-i\omega\infty})-(-e^{-i\omega 0}) && mit\; e^{-i\omega\infty}=0\\
&= e^{-i\omega*0}\\
&= e^{0}\\
&= 1
\end{aligned}$$

2 Uhr) **Potenzfunktion:** $\sqrt[8]{256}=2$ ( $2^8=256$ )

3 Uhr) **Fläche des Kreises**:

Die Formel $\int_{0}^{2\pi}\int_{0}^{\sqrt{\frac{3}{\pi}}} r\,dr\,d\varphi$ berechnet die Fläche des Kreises mit $r=\sqrt{\frac{3}{\pi}}$ in Polarkoordinaten, einfacher:

$$A(r)=\pi*r^2=\pi*\left(\sqrt{\frac{3}{\pi}}\right)^2=\frac{\pi*3}{\pi}=3$$

4 Uhr) Summe einer **geometrische Reihe**:

Die geometrische Reihen von q ist die folgende unendliche Folge von Zahlen:

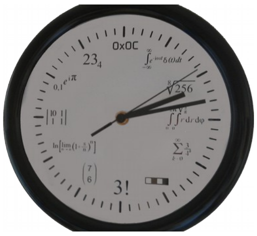
$$\{q^0,q^1,q^2,q^3,\dots,q^n,\dots\}$$

Die Summe der ersten n Elemente einer geometrische Reihen lässt sich berechnen als

$\sum_{k=0}^{n} q^n=\frac{1-q^n}{1-q}$ . Für q<1 konvergieren diese Summe da $\lim q^n=0\; für\; q<1$ :

$$\sum_{k=0}^{\infty} q^n=\frac{1}{1-q}\; für\; q<1$$

Daher folgt: $\sum_{k=0}^{\infty}\frac{3}{4^k}=3*\sum_{k=0}^{\infty}\frac{1}{4^k}=3*\sum_{k=0}^{\infty}\left(\frac{1}{4}\right)^k=3*\frac{1}{1-1/4}=\frac{3}{3/4}=4$



# Mathe-Uhr

**weitere Experimente unter**
**forschen.Tutorium-Berlin.de**

5 Uhr) **Binärzahlen**:  $1010 = 1*2^0 + 0*2^1 + 1*2^2 + 0*2^3 = 1+4 = 5$

6 Uhr) **Fakultät**: $3! = 1*2*3 = 6$

7 Uhr) **Binomialkoeffizient**:

$\binom{n}{k}$ (lies: n über k) gibt die Anzahl von möglichen Kombination von je k aus n Elementen an (ohne Wiederholungen, ohne Berücksichtigung der Reihenfolge).

$$\binom{7}{6} = \frac{7!}{(6)!*(7-6)!} = \frac{1*2*3*4*5*6*7}{(1*2*3*4*5*6)*(1)} = 7$$

8 Uhr) **Logarithmus**: $\ln\left[\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{8}{n}\right)^n\right]$ : $\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{8}{n}\right)^n = e^8$ und $\ln\left[e^8\right] = 8$

9 Uhr) **Determinante**:

Die Determinante ist eine spezielle Funktion, die einer quadratischen Matrix einen Wert zuordnet. Mit Hilfe von Determinanten kann man z.B. feststellen, ob ein Lineares Gleichungssystem eindeutig lösbar ist. $det\, A = \sum_{\sigma\in S_n}\left(sgn(\sigma)\prod_{i=1}^{n} a_{i,\sigma(i)}\right)$

$$\begin{vmatrix} 10 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = det\begin{bmatrix} 10 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = 10*1 - 1*1 = 9$$

10 Uhr) **Komplexe Zahlen**: $0{,}1^{e^{i\pi}}$

Die Komplexen Zahlen verwenden die imaginäre Einheit i, definiert als $i^2 = -1$ .

Für die Berechnung von $e^{i\varphi}$ verwendet man die eulerschen Formel $e^{i\varphi} = \cos(\varphi) + i\sin(\varphi)$ . Für $\varphi = \pi$ folgt: $e^{i\pi} = \cos(\pi) + i\sin(\pi) = -1 + i*0 = -1$ (auch bekannt als eulersche Identität). Somit

$$0{,}1^{e^{i\pi}} = 0{,}1^{-1} = \frac{1}{0.1^1} = 10$$

11 Uhr) **Zahlensystem mit der Basis 4**: $23_4 = 2*4^1 + 3*4^0 = 11$

12 Uhr) **Hexadezimalzahl**: $0x0C = 0*16^1 + 12*16^0 = 12$