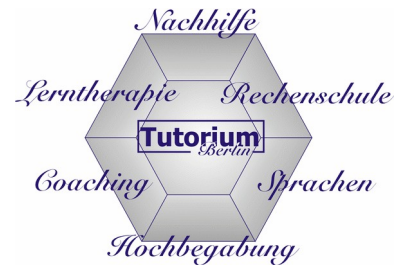




Galtonbrett

weitere Experimente unter forschen.Tutorium-Berlin.de



Nachhilfe-TUTORIUM ist ein Unternehmen der Gruppe TUTORIUM Berlin Hasenmark 5 in 13585 Berlin

Ein Galtonbrett (nach Francis Galton, 1822-1911), auch Zufallsbrett genannt, ist ein mechanisches Modell zur Demonstration und Veranschaulichung der Binomialverteilung, einer Wahrscheinlichkeitsverteilung, die in vielen Zufallsexperimenten eine Rolle spielt.

Das Galtonbrett besteht aus einer regelmäßigen Anordnung von Hindernissen, an denen die von oben eingeworfenen Kugeln jeweils nach links oder rechts abprallen können. Nach dem Passieren der Hindernisse werden die Kugeln in Fächern aufgefangen, um dort gezählt zu werden.

Durch den symmetrischen Aufbau ist es bei jedem Aufprall einer Kugel auf eines der Hindernisse gleich Wahrscheinlich das die Kugel nach links oder nach rechts fällt (50%), das heißt im Mittel fällt die Hälfte der Kugeln nach links und die andere Hälfte nach rechts.



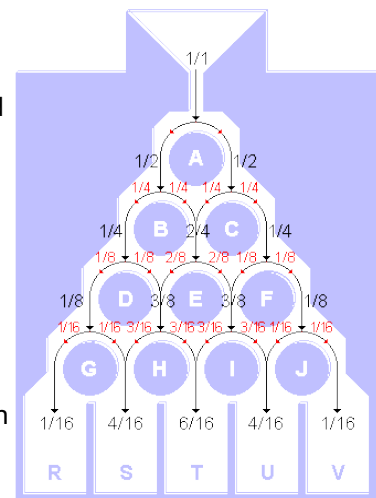
Wie sich die Kugeln (ideal) verteilen:

Für ein ideales Galtonbrett kann man berechnen, mit welcher Wahrscheinlichkeit eine Kugel in ein bestimmtes Fach fällt.

In der Ersten Reihe (A) fällt im Mittel die Hälfte aller Kugeln nach rechts und die Hälfte nach links.

In der Zweiten Reihe (B,C) trifft jeweils die Hälfte der Kugeln auf B und die andere Hälfte auf C, wo sie sich wieder mit gleichen Wahrscheinlichkeiten nach links und rechts aufteilen. Damit fällt aber nur noch 1/4 der Kugeln an B nach links, 1/4 an C nach rechts, und jeweils 1/4 von links und von rechts in den Zwischenraum zwischen B und C. Hier addieren sich die Wahrscheinlichkeiten also, und $1/4 + 1/4 = 2/4$ fällt in der Mitte zwischen B und C hindurch.

Anhand der Abbildung kann man weiter verfolgen, wie der Strom der Kugeln sich an jeder Hindernisreihe aufteilt und sich andererseits in jedem Zwischenraum zwischen zwei benachbarten Hindernissen wieder vereinigt.



Die sich so ergebenden Wahrscheinlichkeiten nach der letzten Aufteilung und Vereinigung an der untersten Hindernisreihe (G,H,I,J) sind die Wahrscheinlichkeiten, mit denen die Kugeln in die Fächer (R,S,T,U,V) fallen.

Im Beispiel haben alle diese Wahrscheinlichkeiten den Nenner 16, da es 4 Reihen von Hindernissen sind ($16=2^4$). Die Zähler ergeben sich durch Addieren der Zähler in der Reihe darüber, was der Vereinigung der Kugelströme in den Zwischenräumen entspricht.

In der Realität weicht die Verteilung der Kugeln beim Galtonbrett von dieser Verteilung etwas ab da die Kugeln mit unter (z.B. durch Zusammenstöße mit anderen Kugeln) in den Bereich außerhalb dieses idealen Dreiecks geschleudert werden.

TUTORIUM Berlin Nachhilfe -TUTORIUM

Inhaber u. Pädagogischer Leiter: **Holger Schackert**
Diplom-Mathematiker, Lerntherapeut,
Psychologischer Berater u. Personal Coach

Hasenmark 5 in 13585 Berlin-Spandau, Büro: Gartenhaus 1.Etage

Anmeldung, Beratung und Informationen:

Montag - Freitag: 14.30-17.00 Uhr

und / oder nach Vereinbarung unter

☎: 030 – 85018820 und 030 – 353 053 20

www.Tutorium-Berlin.de

E-Mail: info@tutorium-berlin.de

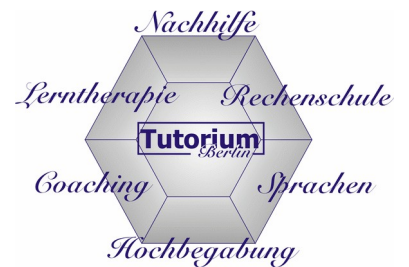
www.Nachhilfe-Tutorium.de

E-Mail: info@nachhilfe-tutorium.de



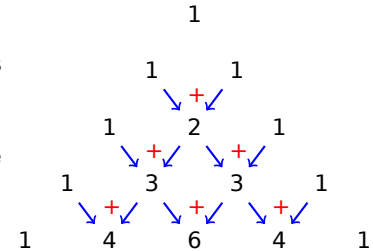
Galtonbrett

weitere Experimente unter
forschen.Tutorium-Berlin.de



Das Pascalsche Dreieck

Die Zähler der Wahrscheinlichkeiten bilden dabei ein Dreieck das als Pascals Dreieck bekannt ist. Die Zahlen im Dreieck ergeben sich dabei jeweils als Summe von 2 Zahlen der vorherigen Reihe. Blaise Pascal (1623-1662) verwendete das Dreieck, um die Wahrscheinlichkeitstheorie zu studieren, wie in seinem Buch *Traité du triangle arithmétique* (1653) beschrieben. Es war aber bereits vorher bekannt und wurde z.B. etwa 500 Jahre zuvor vom chinesischen Mathematiker Yang Hui (1238-1298) untersucht.



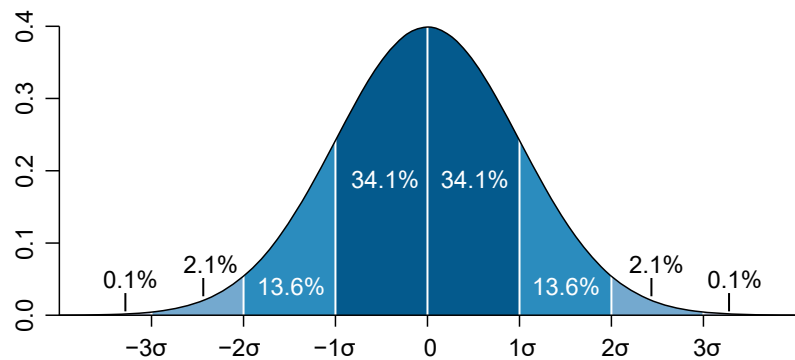
Binomialverteilung und Normalverteilung

Das Ergebnis des Galtonbrett ist eine Binomialverteilung der Kugeln in den Fächern. Die Binomialverteilung beschreibt die Wahrscheinlichkeit für den Ausgang in einer Serie von gleichartigen und unabhängigen Versuchen, die jeweils genau zwei mögliche Ergebnisse haben („Erfolg“ oder „Misserfolg“, links oder rechts, „Kopf“ oder „Zahl“).

Für eine sehr große Anzahl von Versuchen nähert sich die Binomialverteilung immer mehr an die sogenannte Normalverteilung an (auch bekannt als Gauß-Kurve oder Glockenkurve).

Die Normalverteilung ist eine gute Näherung für zahlreiche Naturphänomene bei denen die einzelnen Messwerte um einen Mittelwert schwanken, zum Beispiel:

- die Körpergröße von Erwachsenen
- die Gewichte von Babys
- Testergebnisse im Klassenzimmer
- Renditen der Börse
- die Perlen im Galtonbrett



Normalverteilung und Standardabweichung

Die Standardabweichung (σ) ist ein Maß dafür, wie genau alle Datenpunkte um den Durchschnitt gesammelt sind. Die Form einer Normalverteilung wird durch den Durchschnitt (μ) und die Standardabweichung (σ) bestimmt. Je schmaler die Glockenkurve ist, desto kleiner ist die Standardabweichung. Wenn die Glockenkurve breit ist, ist die Standardabweichung groß.

Für normalverteilte Zufallsvariablen liegen jeweils ungefähr

- 68,3 % der Ergebnisse im Intervall $\mu \pm \sigma$
- 95,4 % der Ergebnisse im Intervall $\mu \pm 2\sigma$
- 99,7 % der Ergebnisse im Intervall $\mu \pm 3\sigma$
- nur 0,3% der Ergebnisse sind weiter als 3σ vom Durchschnittswert entfernt.

TUTORIUM Berlin Nachhilfe -TUTORIUM

Inhaber u. Pädagogischer Leiter: **Holger Schackert**
 Diplom-Mathematiker, Lerntherapeut,
 Psychologischer Berater u. Personal Coach

Hasenmark 5 in 13585 Berlin-Spandau, Büro: Gartenhaus 1.Etage

Anmeldung, Beratung und Informationen:

Montag - Freitag: 14.30-17.00 Uhr

und / oder nach Vereinbarung unter

☎: 030 – 85018820 und 030 – 353 053 20

www.Tutorium-Berlin.de

E-Mail: info@tutorium-berlin.de

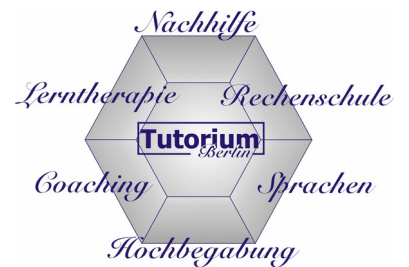
www.Nachhilfe-Tutorium.de

E-Mail: info@nachhilfe-tutorium.de



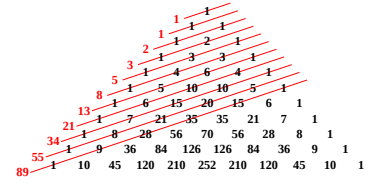
Galtonbrett

weitere Experimente unter
[forschen.Tutorium-Berlin.de](https://www.forschen.tutorium-berlin.de)



Fibonacci-Folge

Die Summe der Zahlen auf der Diagonale im Pascal-Dreieck stimmt mit den Fibonacci-Zahlen überein. Die Sequenz verläuft in dieser Reihenfolge: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89 und so weiter. Jede Zahl in der Sequenz ist die Summe der beiden vorherigen Zahlen. Zum Beispiel: $2 + 3 = 5$; $3 + 5 = 8$; $5 + 8 = 13$; $8 + 13 = 21$ und so weiter.



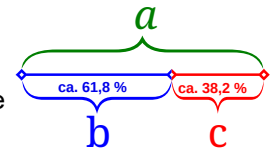
Leonardo Fibonacci hat diese Zahlen in seinem Buch Liber Abaci (1202) populär gemacht, in dem er das Wachstum einer Kaninchenpopulation mit dieser Folge beschrieb. Die Folge war aber schon in der Antike sowohl den Griechen als auch den Indern bekannt.

Weitere Untersuchungen zeigten, dass die Fibonacci-Folge auch noch zahlreiche andere Wachstumsvorgänge in der Natur beschreibt.

Goldener Schnitt

Das Verhältniss von zwei auf einander folgenden Zahlen der Fibonacci-Folge nähert sich immer weiter dem Goldenen Schnitt an, je weiter man in der Folge fortschreitet.

Als Goldener Schnitt wird das Teilungsverhältnis einer Strecke (a) oder anderen Größe bezeichnet, bei dem das Verhältnis des Ganzen zu seinem größeren Teil (a zu b) dem Verhältnis des größeren zum kleineren Teil (b zu c) gleich ist: $a/b = b/c$.



Mit diesem Verhältniss beschäftigten sich Mathematiker bereits seit der Zeit der griechischen Antike (Euklid von Alexandria). Seit dem 19. Jahrhundert wurde es als ein ideales Prinzip ästhetischer Proportionierung bewertet. Die Nachweisbarkeit einer derart besonderen ästhetischen Wirkung ist in der Forschung allerdings umstritten.

Das Verhältnis des Goldenen Schnitts ist nicht nur in Mathematik, Kunst oder Architektur von Bedeutung, sondern findet sich auch in der Natur, beispielsweise bei der Anordnung von Blättern und in Blütenständen mancher Pflanzen wieder.

Ordnung im scheinbaren Chaos:

Ich kenne kaum etwas, das die Vorstellungskraft so beeindrucken könnte wie die wunderbare Form der kosmischen Ordnung, die durch das Gesetz der Fehlerhäufigkeit ausgedrückt wird. Das Gesetz wäre von den Griechen personifiziert und vergöttert worden, wenn sie davon gewusst hätten. Es regiert mit Gelassenheit und in völliger Selbstausschöpfung inmitten der wildesten Verwirrung. Je größer der Mob und je größer die scheinbare Anarchie, desto perfekter ist sein Einfluss. Es ist das höchste Gesetz der Unvernunft. Immer wenn eine große Stichprobe chaotischer Elemente in die Hand genommen und in der Größenordnung ihrer Größe zusammengestellt wird, erweist sich eine unerwartete und schönste Form der Regelmäßigkeit die ganze Zeit über als latent. " - Sir Francis Galton, Natural Inheritance, 1889

Quellen:
<https://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Galtonbrett&oldid=205382159>
https://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Pascalsches_Dreieck&oldid=205627743
<https://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Fibonacci-Folge&oldid=204475611>
<https://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Binomialverteilung&oldid=205237914>
<https://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Normalverteilung&oldid=205154928>
https://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Goldener_Schnitt&oldid=207646770
Honina, CC BY-SA 3.0 <<http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>>, via Wikimedia Commons
Dimitrios Vrettos, CC BY-SA 3.0 <<https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>>, via Wikimedia Commons
M. W. Toews, CC BY 2.5 <<https://creativecommons.org/licenses/by/2.5/>>, via Wikimedia Commons
RDBury, CC BY-SA 3.0 <<https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>>, via Wikimedia Commons

TUTORIUM Berlin Nachhilfe -TUTORIUM

Inhaber u. Pädagogischer Leiter: **Holger Schackert**
Diplom-Mathematiker, Lerntherapeut,
Psychologischer Berater u. Personal Coach
Hasenmark 5 in 13585 Berlin-Spandau, Büro: Gartenhaus 1.Etage

Anmeldung, Beratung und Informationen:

Montag - Freitag: 14.30-17.00 Uhr
und / oder nach Vereinbarung unter

☎: **030 – 85018820** und 030 – 353 053 20

www.Tutorium-Berlin.de

E-Mail: info@tutorium-berlin.de

www.Nachhilfe-Tutorium.de

E-Mail: info@nachhilfe-tutorium.de