

Eight (Damenproblem)

Nachhilfe-TUTORIUM ist ein Unternehmen der Gruppe
TUTORIUM Berlin Hasenmark 5 in 13585 Berlin

Aufgabe (Eight Spielregeln):

Lege die 8 Kugeln so auf das Spielfeld, das in jeder Zeile, Spalte und Diagonale nur eine Kugel liegt.

Das Damenproblem Problem:

Das Damenproblem ist eine schachmathematische Aufgabe. Es sollen jeweils acht Damen auf einem Schachbrett so aufgestellt werden, dass keine zwei Damen einander nach den Schachregeln schlagen können. Die Figurenfarbe wird dabei ignoriert, und es wird angenommen, dass jede Figur jede andere angreifen könnte. Oder anders ausgedrückt: Es sollen sich keine zwei Damen die gleiche Reihe, Linie oder Diagonale teilen. Im Mittelpunkt steht die Frage nach der Anzahl der möglichen Lösungen.

Das Problem kann auf Schachbretter beliebiger Größe verallgemeinert werden. Dann gilt es, n nicht-dominierende Damen auf einem Brett von $n \times n$ Feldern zu positionieren. Für $n = 8$ hat das Damenproblem 92 verschiedene Lösungen. Betrachtet man Lösungen als gleich, die sich durch Spiegelung oder Drehung des Brettes aus einander ergeben, verbleiben noch zwölf Lösungen.

Erstmals formuliert wurde das Damenproblem von dem bayerischen Schachmeister Max Bezzel. In der Berliner Schachzeitung fragte er 1848 nach der **Anzahl der möglichen Lösungen**. Als erster nannte 1850 Franz Nauck in der Leipziger Illustrierten Zeitung die **korrekte Zahl 92**. Auch Carl Friedrich Gauß zeigte Interesse an dem Problem, weshalb es irrtümlich häufig auf ihn zurückgeführt wird. 1874 bewies der englische Mathematiker James Whitbread Lee Glaisher, dass es nicht mehr Lösungen geben kann. Damit war das ursprüngliche Problem vollständig gelöst.

Nauck verallgemeinerte die Problemstellung und fragte, auf wie viele verschiedene Arten n Damen auf einem $n \times n$ -Schachbrett aufgestellt werden können. Symmetrische eindeutige Lösung, sorgt für 92 statt 96 verschiedene Lösungen (basierend auf 12 eindeutigen Lösungen). 1991 wurde von B. Bernhardsson eine explizite Lösung des n -Damen-Problems für jede beliebige Brettgröße im ACM SIGART Bulletin, Vol.2, No.7, angegeben. Im Jahre 1992 fanden Demirörs, Rafraf und Tanik eine Äquivalenz zwischen magischen Quadraten und Damenproblemen.

Das Damenproblem tauchte auch in den Computerspielen The 7th Guest und The Whispered World auf. Im beliebten Nintendo DS Titel Professor Layton und das geheimnisvolle Dorf muss es vom Spieler in unterschiedlicher Form sogar mehrfach gelöst werden.

Eine Lösung des 8-Damen-Problems

	a	b	c	d	e	f	g	h
8								D
7				D				
6	D							
5			D					
4						D		
3		D						
2							D	
1					D			

TUTORIUM Berlin Nachhilfe -TUTORIUM

Inhaber u. Pädagogischer Leiter: **Holger Schackert**
Diplom-Mathematiker, Lerntherapeut,
Psychologischer Berater u. Personal Coach

Hasenmark 5 in 13585 Berlin-Spandau, Büro: Gartenhaus 1.Etage

Anmeldung, Beratung und Informationen:

Montag - Freitag: 14.30-17.00 Uhr

und / oder nach Vereinbarung unter

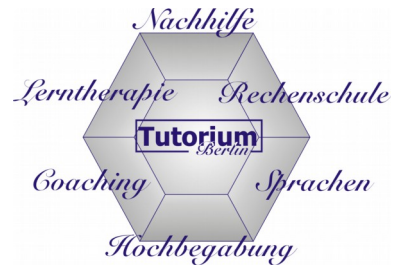
☎: 030 – 85018820 und 030 – 353 053 20

www.Tutorium-Berlin.de

E-Mail: info@tutorium-berlin.de

www.Nachhilfe-Tutorium.de

E-Mail: info@nachhilfe-tutorium.de



Eight (Damenproblem)

Die 12 Lösungen für 8 x 8 Damenproblem:

<pre> -----Q ---Q----- Q----- --Q----- - -Q----- -----Q- -----Q- </pre>	<pre> -----Q ---Q----- Q----- --Q----- - -Q----- -----Q- -----Q- </pre>	<pre> -----Q- ---Q----- --Q----- Q----- - -Q----- -----Q- -----Q- </pre>	<pre> -----Q- ---Q----- --Q----- Q----- - -Q----- -----Q- -----Q- </pre>	<pre> -----Q- ---Q----- --Q----- Q----- - -Q----- -----Q- -----Q- </pre>	<pre> -----Q- ---Q----- --Q----- Q----- - -Q----- -----Q- -----Q- </pre>
<pre> -----Q- ---Q----- Q----- --Q----- - -Q----- -----Q- -----Q- </pre>	<pre> -----Q- ---Q----- --Q----- Q----- - -Q----- -----Q- -----Q- </pre>	<pre> -----Q- ---Q----- --Q----- Q----- - -Q----- -----Q- -----Q- </pre>	<pre> -----Q- ---Q----- --Q----- Q----- - -Q----- -----Q- -----Q- </pre>	<pre> -----Q- ---Q----- --Q----- Q----- - -Q----- -----Q- -----Q- </pre>	<pre> -----Q- ---Q----- --Q----- Q----- - -Q----- -----Q- -----Q- </pre>

Für jede der 12 Lösungen gibt es eine **gespiegelte Lösung**:

Beispiel:

<pre> -----Q- ---Q----- --Q----- Q----- - -Q----- -----Q- -----Q- </pre>	<pre> -----Q- ---Q----- --Q----- Q----- - -Q----- -----Q- -----Q- </pre>
--	--

Für jede der 12 Lösungen und jede der 12 Spiegelungen gibt es 3 weitere **gedrehte Lösungen**:

Beispiel:

<pre> -----Q- ---Q----- --Q----- Q----- - -Q----- -----Q- -----Q- </pre>	<p>90° nach rechts gedreht</p>	<pre> -----Q- ---Q----- --Q----- Q----- - -Q----- -----Q- -----Q- </pre>
--	--	--

Von den damit insgesamt $12 \times 2 \times 4 = 96$ Lösungen entfallen 4 Lösungen durch symmetrische Dopplungen.

Ober Schranke für Anzahl der Lösungen:

Eine obere Schranke für die Lösungsanzahl $D(n)$ des Damenproblems auf einem $n \times n$ -Brett ist

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log D(n)}{n \log n} = \beta > 0 \quad \text{mit} \quad D(n) \approx n! * c^n \quad \text{und} \quad c \approx 0,39 .$$

Dies ist die Anzahl von Lösungen für n **einander nicht bedrohende Türme**. Die Aufstellungen von **einander nicht bedrohenden Damen sind eine echte Teilmenge** hiervon.

Für $n = 8$ ist $D(n) = 21,579$. Tatsächliche (eindeutige) Lösungen gibt es jedoch nur 12.